Exercice N°7

1) - On calcul la pression P_2 au niveau de la surface de séparation (2) :

→ On applique le PFH pour l'essence ; on trouve :

$$P_2 - P_1 = \rho_{essence} \cdot g \; (Z_1 - Z_2)$$

A.N : $P_2 = 10^5 + 700 \times 9.81 \times 0.728$

D'où $\underline{P_2 = 105000 = 1050 \text{ mbar}}$.

2) - On calcul la pression P_3 en (mbar) au niveau de la surface (3) :

→ On applique le PFH pour la mercure, on trouve :

$$P_2 - P_3 = \rho_{mercure} \cdot g \times (Z_3 - Z_2)$$

$$P_3 = P_2 - \rho_{mercure} \times g \times (Z_3 - Z_2)$$

A.N : $P_3 = 105000 - 13\,600 \times 9.81 \times 0.15$

D'où $\underline{P_3 = 1.03 \cdot 10^5 \text{ pa} = 1030 \text{ mbar}}$

Exercice 8 :

1) Calcul de la résultante $\|\vec{R}\|$ des actions de pression de l'eau :

$$\|\vec{R}\| = P_G \cdot S$$

On applique la PFH entre le point G et le point A à la surface de l'eau

On obtient :

$$P_G = \varpi \cdot \frac{h}{2} + P_A$$

En A, sommet du barrage, la pression de l'eau est supposé égale à la pression atmosphérique.

La surface du barrage est : $S = b.h$

Donc $\|\vec{R}\| = \left(P_{atm} + \bar{\omega}.\frac{h}{2}\right).b.h$

A.N $\|\vec{R}\| = \left(10^5 + 9810 \times \frac{60}{2}\right).200.60$.

$\|\vec{R}\| = 4{,}73.10^9\ N$

2) Calcul de la position y_0 du centre de poussée G_0.

$$y_0 = -\frac{\bar{\omega}.I(G,\vec{z})}{\|\vec{R}\|}$$

Or le moment quadratique $I = \frac{b.h^3}{12}$ (voir la démonstration, jointe en fichier PDF)

Donc $y_0 = \frac{-\bar{\omega}.\frac{bh^3}{12}}{\|\vec{R}\|}$

A.N : $y_0 = \frac{9810.\frac{200.60^3}{12}}{4{,}37.10^9}$

$y_0 = -7.46\ m$

- Remarque : On remarque que le centre de poussée est très au dessous du centre de surface.

Exercice N° 9

1) Calcul de l'intensité de la résultante $\|\vec{R}\|$ des actions de pression de l'huile :

$\|\vec{R}\| = P_G.S$ avec $S = \frac{\pi.d^2}{4}$

Donc $\|\vec{R}\| = P_G.\frac{\pi.d^2}{4}$

A.N $\|\vec{R}\| = 4 \times \pi \times \frac{(0.06)^2}{4}$

D'où $\|\vec{R}\| = 0.0113\ MN = 11.3.10^3 N$

2) Calcul de y_0 :

$$y_0 = -\frac{\overline{\omega} \cdot I(\vec{G_1 \cdot 3})}{\|\vec{R}\|}$$

Or $I(\vec{G_1 \cdot 3}) = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$ (Voir la démonstration jointe en fichier PDF).

A.N : $y_0 = \frac{-9810 \times 0.8 \times \frac{\pi \cdot 0.06^4}{64}}{11.3 \cdot 10^3}$

Alors $\underline{y_0 = 4.4 \cdot 10^{-7} \, m}$

→ Commentaire : On remarque que le centre de poussée est très voisin du centre de surface. Dans le calcul de poussée du vérin il est, donc, tout à fait normal de les confondre.

<u>Exercice N° 10 :</u>

1) Calcul de la résultante des forces de pression sur chaque surface du réservoir (les quatres faces latérale et le fond) :

→ Sur les parois latérales :

$$\|\vec{R_1}\| = P_G \cdot S$$

$$= \overline{\omega} \cdot \frac{h}{2} \cdot L_1 \cdot h$$

A.N $\|\vec{R_1}\| = \frac{1}{2} \times 900 \times 9.81 \times 3^2 \times 8$.

D'où $\underline{\|\vec{R_1}\| = 317\,844 \, N = 0.318 \, MN}$

et $\|\vec{R_2}\| = \overline{\omega} \cdot \frac{h}{2} \cdot L_2 \cdot h$.

A.N $= \frac{1}{2} \times 900 \times 9.81 \times 3^2 \times 6$.

D'où $\underline{\|\vec{R_2}\| = 238\,383 \, N = 0.238 \, MN}$

→ Sur le fond du réservoir :

$$\|\vec{R}_3\| = \bar{\omega} . h . L_1 \times L_2$$

A.N $\|\vec{R}_3\| = 900 \times 9.81 \times 3 \times 6 \times 8$.

$$\underline{\|\vec{R}_3\| = 1271.376 \, N = 1.271 \, MN}$$

2) - On détermine pour les surfaces latérales la position du point d'application (centre de poussée) :

On a $y_0 = - \dfrac{\bar{\omega} . I_{(G,\vec{z})}}{\|\vec{R}\|}$

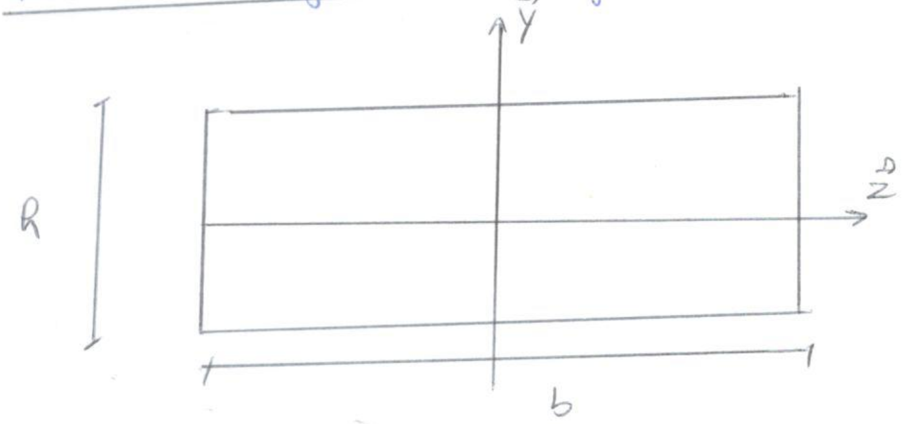
$$= \frac{-\bar{\omega} \times \frac{b h^3}{12}}{\bar{\omega} \times \frac{h^2 \times b}{2}}$$

On trouve $y_0 = -\dfrac{h}{6} = -0,5 \, m$.

Les points d'application sont à $\dfrac{h}{3} = 1 m$ du fond pour les faces latérales.

- Calcul du moment quadratique $I(a.z)$:

-> Pour une surface rectangulaire:



$$I(a.\vec{z}) = \int_S y^2 . ds$$

$$= \int_{b/2}^{b/2} \int_{-h/2}^{h/2} y^2 \, dz . dy$$

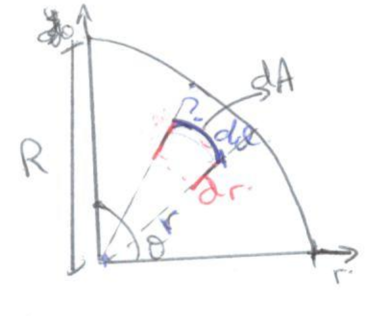
$$= \left[\frac{y^3}{3}\right]_{-h/2}^{h/2} \left(z\right)_{-b/2}^{b/2}$$

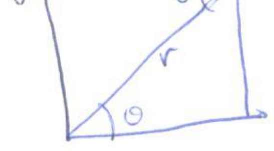
$$= \left(\frac{h^3}{24} + \frac{h^3}{24}\right) \times \left(\frac{b}{2} + \frac{b}{2}\right)$$

$$= \frac{h^3}{12} \times b$$

D'où $\boxed{I(a.\vec{z}) = \frac{b h^3}{12}}$

-> Pour une surface circulaire:





$\sin\theta = \frac{y}{r}$

$y = r.\sin\theta$

$$I_o = \int_A r^2 . dA$$

$$= \int_A r^2 . \sin^2\theta (r.dr.d\theta)$$

$$I_0 = \int_0^R r^3 \int_0^{2\pi} \sin^2\theta \, d\theta . dr .$$

$$= \int_0^R r^3 \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \, d\theta . dr .$$

$$= \int_0^R \frac{r^3}{2} \left[\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_0^{2\pi} dr .$$

$$= \left[\frac{r^4}{8} \right]_0^R (2\pi) .$$

$$\boxed{I_0 = \frac{\pi d^4}{64}}$$